Title	双線素 Riemann 空間に就て (III)
Author(s)	田畑, 不二夫
Citation	全国紙上数学談話会. 2(11) p.348-p.350
Issue Date	1948-11-01
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75250
rights	
Note	

116. 双線素 Riemann 空間ニ就テ (III)

京都師範　田畑不二夫 (8月7日)

□12　o) rank ガ夫々 $p, q, n (= p+q)$ ナル Tensor $S_{\lambda\mu}$ $t_{\lambda\mu}$ $u_{\lambda\mu}$ (□1 ノ g, h, k, dt ハ夫々 S, t u dt ト書キ改メル事トセリ) ニ對シテ次ノ條件ヲ考フ. 即 i) $S^{\alpha}_{\lambda} S^{\beta}_{\mu} T_{\nu\alpha,\beta} = 0$ ($T_{\lambda\mu\nu}$ ハ $t_{\lambda\nu}$ ヨリ作レル Christoffel ノ記号ヲ表ス) ii) $S^{\lambda}_{\lambda} T_{\mu\nu,\alpha} = 0$ iii) $B^{\alpha}_{\beta\gamma\delta} S^{\lambda}_{\alpha} S^{\beta}_{\mu} S^{\gamma}_{\nu} S^{\delta}_{\omega} = 0$ ($B^{\lambda}_{\mu\nu\omega}$ ハ $B^{\lambda}_{\mu\nu} \equiv S^{\lambda}_{\mu\nu} + T^{\lambda}_{\mu\nu}$ ヨリ作レルモノ) iv) $t_{\lambda\mu}$ ノ rank ハ 1　v) $t_{\lambda\mu}$ ハ半正値 Tensor 以上及ビ之等ニ双対的ナ i)′ ii)′ iii)′ iv)′ v) ヲ考フルノデアルガ iv) トシテハ「$S_{\lambda\mu}$ ノ rank ハ 3」ヲ採ル

□13　iv) ナルトキハ $t_{\lambda\mu} = \varepsilon t_{\lambda} t_{\mu}$ $(\varepsilon = \pm 1)$ ヲ満足スル連續共変 Vector 野 t_{λ} ガ存在スル. 又 $|S_{\lambda\mu}|$, $|S^{\lambda\mu}|$ ノ夫々 $S_{\lambda\mu}$, $S^{\lambda\mu}$ ニ關スル余因数ヲ $S^{\lambda\mu}$ $S_{\lambda\mu}$ トスレバ, $S^{\lambda\mu} = e S^{\lambda} S^{\mu}$ $(e = \pm 1)$ $S_{\lambda\mu} = e S_{\lambda} S_{\mu}$, $S^{\alpha} S_{\alpha} = e$ ヲ満足スル連續相対 Vector 野 G^{λ}, G_{λ} ガ存在シ □4 ノ定義ヲ考慮シツツ次ノ諸關係ガ成立スル事ガ判ル. 即 $t^{\lambda} = \frac{\varepsilon S^{\lambda}}{t_{\alpha} S^{\alpha}}$, $t_{\lambda} = \frac{\varepsilon S_{\lambda}}{t^{\alpha} S_{\alpha}}$, $S_{\alpha} t^{\alpha} = \frac{e\varepsilon}{S^{\alpha} t_{\alpha}}$, $t^{\lambda\mu} = \frac{S^{\lambda\mu}}{t_{\alpha\beta} S^{\alpha\beta}}$. $t_{\lambda\mu} = \frac{S_{\lambda\mu}}{t^{\alpha\beta} S_{\alpha\beta}}$.
$S^{\lambda\mu} = \frac{S^{\lambda\mu\alpha\beta} t_{\alpha\beta}}{t_{\alpha\beta} S^{\alpha\beta}}$, $S_{\lambda\mu} = \frac{S_{\lambda\mu,\alpha\beta} t^{\alpha\beta}}{t^{\alpha\beta} S_{\alpha\beta}}$ $|u_{\lambda\mu}| = t_{\alpha\beta} S^{\alpha\beta}$, $t^{\lambda}_{\mu} = t^{\lambda} t_{\mu}$
$t^{\lambda}_{\mu} + S^{\lambda}_{\mu} = \delta^{\lambda}_{\mu}$. $A^{\lambda} = S^{\lambda}_{\alpha} A^{\alpha} + t^{\lambda}_{\alpha} A^{\alpha}$ $S_{\lambda\alpha} t^{\alpha} = 0$, $S^{\lambda\alpha} t_{\alpha} = 0$, $t^{\alpha} S_{\mu\nu,\alpha}$

$= (\mathrm{Tensor})_{\mu\nu}$. $S^{\lambda\alpha}T_{\lambda\mu;\alpha}=0$ 等 iv) ノ他ニ更ニ v) v)' ヲ課スルトキハ $\varepsilon, e=1$ トナル.

□14. 一般ニ dS^2, dt^2 ニ対シテ $d\bar{S}^2=dS^2(du^\lambda\in\gamma(u^\lambda)), d\bar{t}^2=dt^2$ ナル新シキ双計量 $d\bar{S}^2$ $d\bar{t}^2$ ヲ與ヘル操作ヲ計算変換ト称スルナラ特ニ iv) v) ナルトキニハ $t_\alpha \bar{t}^\alpha = i$ ナル $\bar{t}^\lambda$ ガアツテ計量変換ガ決定スル. 即チ $\bar{S}_{\lambda\mu}=S_{\lambda\mu} - S_{\lambda\alpha}\bar{t}^\alpha_\mu - \bar{t}^\alpha_\mu S_{\alpha\mu} + S_{\alpha\beta}\bar{t}^\alpha_\lambda \bar{t}^\beta_\mu$. $\bar{t}_{\lambda\mu}=t_{\lambda\mu}$

□15 先ヅ ; ナルトキ強空間ト云フ事ニスル. $dS^2=S_{lm}du^l du^m$ $l=1, \ldots\ldots p$; $l'=p+1, \ldots n$ ナル (座標系ガ存在スルタメノ) 條件ハ i) ナリ (強空間); $ds^2=S_{lm}du^l du^m$, $dt^2=t_{l'm'}du^{l'}du^{m'}$ ナル條件ハ i) i)' ナリ (複空間). $dS^2=S_{lm}du^l du^m$, $dt^2=t_{l'm'}(u^{n'})du^{l'}du^{m'}$ ナル條件ハ i)' ii) ナリ (重複空間). $dS^2=S_{lm}(u^n)du^l du^m$ $dt^2=t_{l'm'}(u^n)du^{l'}du^{m'}$ ナル條件ハ ii) ii)' ナリ (直空間). $dt^2=\varepsilon t_\lambda t_\mu du^\lambda du^\mu$ $(\varepsilon=\pm 1)$ $(dS^2=S_{lm}du^l du^n)$ ナル條件ハ iv) ナリ.
$dt=t_\lambda du^\lambda$, $(dS^2=S_{lm}du^l du^m)$ ノ條件ハ iv) v) ニシテ $dt=t_0 du^0$, $(ds^2=S_{lm}du^l du^m)$ ノ條件ハ i) iv) v) ナリ
$dt=du^0$ $(, dS^2=g_{lm}du^l du^m, l=1, \ldots, n-1)$ ナル條件ハ ii) iv) v) ニシテ i) i)' iii) ナルトキ γ ハ平坦ナリト云フ事トスレバ $d\bar{t}=du^0=dt$ $d\bar{S}^2=du^l du^l$. $dS^2=du^l du^l+2(-t^l)du^l du^0+\Sigma t^l t^l du^{0\,2}$, $l=1.2.3$ ナルタメノ條件ハ ii) iv) iv)' v) v)' 且 γ ガ平坦ナル事ナリ 尚 $dt^2=\pm du^{l'}du^{l'}$. $dS^2=\pm du^l du^l$ ナル條件ハ ii) ii)' 及 $B^\lambda_{\mu\nu\omega}=0$ ナル事ナリ

□.52 複空間ガ対象ナル $A^\lambda_{\mu\nu}$ ヲ持ツタメニハ重空間デアル事ヲ示シ $A^\lambda_{\mu\nu}=S^\lambda_{\mu\nu}+T^\lambda_{\mu\nu}$ ナリ. 向強空間ニテバ一般ニ $A^\lambda_{\mu\nu} \neq A^\lambda_{\nu\mu}$ ニシテ $A^\alpha_{\alpha\lambda}=L^\alpha_{\alpha\lambda}=U^\alpha_{\alpha\lambda}=S^\alpha_{\alpha\lambda}+T^\alpha_{\alpha\lambda}$ ナル事モ判ル.

□16. 切賢双計量空間 $\mathfrak{U}(u^\lambda)$, $\mathfrak{U}(u^\lambda+du^\lambda)$ ノ $L^\lambda_{\mu\nu}$ ニヨル接續ハ次ノ基礎ニヨリテ示サレル. 即 $(dM=du^\lambda e_\lambda)$ $de_\lambda=L^\alpha_{\lambda\nu}du^\nu e_\alpha$. $\delta dM-d\delta M=(L^\alpha_{\mu\nu}-L^\alpha_{\nu\mu})du^\mu du^\nu e_\alpha$, $\delta d e_\mu - d\delta e_\mu = -\frac{1}{2}L^\alpha_{\mu\nu\omega}(\delta u^\omega du^\nu - du^\omega \delta u^\nu)e_\alpha$ デアルガ之等ハ特ニ $dt=du^0$, $dS^2=g_{lm}du^l du^m$ ナル座標系ニ於テハ $\gamma(u^\lambda)$ ヘノ $\gamma(u^\lambda+du^\lambda)$ ノ空間ハ $de_l=S^a_{l0}dt$

$e_a + S^a_{ea} du^n e_a$ ($de_0=0$) $\delta d \mathbb{M} - d\delta \mathbb{M} = S^a_{mo}(du^m \delta t - \delta a\, dt) e_a$. $\delta d e_m - d\delta e_m = -\frac{1}{2} S^u_{mnw} (\delta u^w du^n - du^w \delta u^n) e_a - L_{naw}(\delta u^w dt - du^w \delta t) e_a$ ($\delta d e_0 - d\delta e_0 = 0$) トナル.

□ 10.2 ッノv) ナルトキ $v = v(u^\lambda)$ 條件下ノ測地曲線ハ $\frac{du^\lambda}{dt^v} + e\Gamma^\lambda_{\mu\nu} \frac{du^\mu}{dt}\frac{du^\nu}{dt} = \frac{du^\lambda}{dt}\left(t_\alpha e\Gamma^\alpha_{\mu\nu} - \frac{\partial t_u}{\partial u^\nu}\right)\frac{du^\mu}{dt}\frac{du^\nu}{dt}$ $v=$ 常数ナルトキ $dt = du^0$, $dS^2 = S_{lm} du^l du^m$ ナル座標系デ $\frac{d^2u^l}{dt^2} + S^l_{\mu\nu}\frac{du^\mu}{dt}\frac{du^\nu}{dt} - \frac{1}{2v^2}\frac{\partial S_{mn}}{\partial u^0}\frac{du^m}{dt}\frac{du}{dt}\frac{du^l}{dt} = 0$ 又 $dt = du^0$ $ds^2 = du^l du^l$ ($l = 1.2.3$) ナル座標系デ $\frac{d^2u^l}{dt^2} - \frac{\partial t^l}{\partial u^a} t^a - \left(\frac{\partial t^l}{\partial u^a} - \frac{\partial t^a}{\partial u^l}\right)\left(\frac{du^a}{dt} - t^a\right) - \frac{1}{v^2}\left(\frac{\partial u^l}{\partial t} - t^l\right)\frac{\partial t^l}{\partial u^a}\left(\frac{du^a}{dt} - t^a\right)\left(\frac{du^l}{dt} - t^l\right) = 0$ トナル. (時空ノ研究 3 — 記号表ノ冒頭問題ノ (I) (II) ヲ時空ノ研究 1 及 2 ト数ヘテ)　　(2608. 7. 30)